

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES
Y MUSEO**

PROGRAMAS

AÑO 1987

Cátedra de Matemática

Profesor Ing. D. Lorenzo Dardo

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

PROGRAMA DE MATEMATICA

OBJETIVOS GENERALES DE LA MATERIA

- I. Repasar los contenidos previos esenciales de Algebra, Geometría Analítica y Trigonometría.
- II. Estudiar los conceptos fundamentales de vectores, matrices, sistemas lineales y combinatoria.
- III. Introducir los conceptos básicos del Cálculo Diferencial e Integral como soportes de posteriores estudios, procurando obtener paralelamente un ordenamiento mental lógico.
- IV. Ejemplificar con aplicaciones a las ciencias naturales.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 1

1. Conjuntos numéricos. Algebra de conjuntos. Intervalos. Valor absoluto. Inducción matemática. Progresiones aritméticas y geométricas. Símbolos Σ y Π . Coordenadas cartesianas.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 1

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 1.1. Definir conjuntos por extensión y comprensión.
- 1.2. Diferenciar los símbolos de pertenencia e inclusión.
- 1.3. Efectuar operaciones entre conjuntos.
- 1.4. Trazar diagramas de Venn.
- 1.5. Comprender conjuntos de partes.
- 1.6. Reconocer distintas clases de números.
- 1.7. Definir y reconocer intervalos.
- 1.8. Representar números reales en un eje de abscisas.
- 1.9. Definir valor absoluto.
- 1.10. Usar e interpretar la notación de valor absoluto.
- 1.11. Usar y comprender el concepto de valor absoluto para la definición de entornos.
- 1.12. Enunciar y comprender el método de inducción matemática.
- 1.13. Aplicar el método de inducción para probar las fórmulas que relacionan los términos primero, n-ésimo, razón y números de términos en las progresiones aritméticas y geométricas.
- 1.14. Desarrollar expresiones que contengan los símbolos Σ y Π .
- 1.15. Representar en un sistema cartesiano conjuntos de puntos.
- 1.16. Hallar la distancia entre dos puntos y el punto medio de un segmento.
- 1.17. Desarrollar aplicaciones.



BIBLIOTECA

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 2

SUB UNIDAD 1; Vectores: Suma y diferencia de vectores. Producto de un vector por un escalar. Campo vectorial. Vectores libres. Versores. Componentes de un vector. Descomposición canónica de un vector. Cosenos directores de un vector, vectores paralelos. Producto escalar, vectores perpendiculares, ángulo de dos vectores. Producto vectorial. Interpretación geométrica de los productos escalar y vectorial.

SUB UNIDAD 2: Rectas: Ecuación vectorial y demás formas de la ecuación de la recta. Inclinación y pendiente de una recta. Rectas paralelas, rectas perpendiculares, ángulo entre dos rectas. Intersección de rectas en el plano.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 2

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 2.1. Indicar entre dos magnitudes cuál es escalar y cuál vectorial.
- 2.2. Representar gráficamente vectores fijos y hallar su módulo.
- 2.3. Sumar y restar vectores. Representar gráficamente estas operaciones.
- 2.4. Multiplicar un vector por un escalar y representar gráficamente esta operación.
- 2.5. Expresar un vector en la forma canónica.
- 2.6. Calcular los cosenos y los ángulos directores de un vector.
- 2.7. Definir y calcular el producto escalar de dos vectores.
- 2.8. Enunciar las propiedades fundamentales del producto escalar.
- 2.9. Deducir la fórmula que expresa al producto escalar de dos vectores en función de los módulos y del coseno del ángulo comprendido entre los mismos.
- 2.10. Determinar el ángulo entre dos vectores.
- 2.11. Determinar si dos vectores son perpendiculares (paralelos).
- 2.12. Definir el producto vectorial de dos vectores.
- 2.13. Calcular el producto vectorial e interpretar este concepto.
- 2.14. Enunciar las principales propiedades del producto vectorial.
- 2.15. Calcular, aplicando el producto vectorial, el área de un triángulo conocidos sus vértices.
- 2.16. Encontrar la ecuación vectorial de la recta y la forma paramétrica.
- 2.17. Deducir las distintas formas de la ecuación de la recta.
- 2.18. Hallar la ecuación de una recta que pasa por un punto y es paralela a un vector dado.
- 2.19. Hallar las ecuaciones de las rectas paralelas a los ejes coordenados.
- 2.20. Comprender los conceptos de inclinación y pendiente de una recta.

///...



BIBLIOTECA

Formida. 1971/12

...///

- 2.21. Deducir y aplicar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad.
- 2.22. Deducir y aplicar la fórmula para determinar el ángulo entre dos rectas.
- 2.23. Hallar una ecuación de la recta que pasa por un punto y es / paralela (perpendicular) a otra recta.
- 2.24. Determinar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.
- 2.25. Encontrar la ecuación de la recta mediatriz de un segmento.
- 2.26. Hallar la intersección entre dos rectas.
- 2.27. Calcular la distancia entre un punto y una recta.

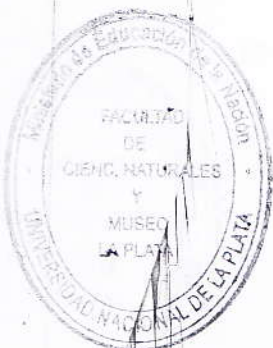
CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 3

3. Análisis combinatorio: Permutaciones y combinaciones con elementos distintos. Permutaciones con repetición y con elementos indistinguibles. Números combinatorios. Propiedades. Fórmula de Newton del binomio.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 3

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 3.0. Definir factorial de un número natural y de cero.
- 3.1. Definir permutaciones con elementos distintos.
- 3.2. Formar permutaciones utilizando un diagrama arborescente.
- 3.3. Encontrar y aplicar la fórmula para hallar el número de permutaciones de m elementos tomados en grupos de k elementos.
- 3.4. Encontrar y aplicar las fórmulas para hallar el número de / permutaciones de orden m .
- 3.5. Distinguir entre permutaciones pares e impares.
- 3.6. Definir permutaciones con repetición y encontrar la fórmula para hallar su número.
- 3.7. Definir combinaciones con elementos distintos.
- 3.8. Encontrar y aplicar la fórmula para hallar el número de combinaciones de m elementos tomados de k .
- 3.9. Utilizar la notación de números combinatorios.
- 3.10. Demostrar las propiedades elementales de los números combinatorios.
- 3.11. Construir el triángulo de Tartaglia o de Pascal.
- 3.12. Demostrar aplicando el principio de inducción matemática la fórmula de Newton del binomio.
- 3.13. Definir permutaciones con elementos indistinguibles.
- 3.14. Encontrar y aplicar la fórmula para hallar el número de permutaciones distinguibles de orden m de un conjunto en donde hay r_1 elementos distintos pero indistinguibles entre sí, / otros r_2 también distintos pero indistinguibles entre sí, etc.



BIBLIOTECA

Exenta. Arce

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 4

4. Matrices: Suma y producto. Matrices sociométricas. Determinantes: Definición y propiedades. Desarrollo de un determinante por filas y por columnas. Matriz adjunta y matriz inversa. Soluciones de sistemas de ecuaciones lineales no homogéneas y / homogéneas, método de eliminación.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 4

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 4.1. Definir matriz.
- 4.2. Distinguir entre una matriz cuadrada y una rectangular.
- 4.3. Reconocer matrices fila y columna.
- 4.4. Definir la igualdad de matrices, matriz nula y matriz unidad.
- 4.5. Trasponer matrices.
- 4.6. Operar con matrices (suma, diferencia, producto de una matriz por una escalar, producto de matrices).
- 4.7. Enunciar las propiedades del producto de matrices.
- 4.8. Interpretar matrices sociométricas.
- 4.9. Definir determinante.
- 4.10. Enunciar las propiedades elementales de los determinantes.
- 4.11. Desarrollar determinantes por filas y por columnas.
- 4.12. Definir matriz adjunta.
- 4.13. Definir matriz inversa y deducir la expresión para calcularla a partir de la adjunta.
- 4.14. Comprender y aplicar el método de eliminación para resolver un sistema de cualquier número de ecuaciones lineales en cualquier número de incógnitas.
- 4.15. Analizar las posibilidades que existen para la solución de / un sistema de ecuaciones lineales.
- 4.16. Resolver un sistema de ecuaciones lineales homogéneas.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 5

5. Relaciones: Par ordenado. Producto cartesiano. Relaciones. Dominio y Codominio. Relaciones inversas. Funciones o Aplicaciones.

Exclusivamente para las orientaciones biológicas:

Propiedades de las relaciones: reflexiva, de simetría, transitiva y antisimétrica. Relaciones de equivalencia. Relaciones / de orden.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 5

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 5.1. Distinguir la diferencia entre un par ordenado de números reales y un conjunto binario.
- 5.2. Definir producto cartesiano.

///...



BIBLIOTECA

Historia, Arte y Cultura

- 5.3. Hallar el producto cartesiano de un conjunto por si mismo.
- 5.4. Definir relación.
- 5.5. Representar graficamente una relación mediante un diagrama de Venn.
- 5.6. Hallar el dominio y el codominio de una relación.
- 5.7. Definir relación inversa.
- 5.8. Obtener la relación inversa de R , si ésta última está expresada analíticamente.
- 5.9. Definir función.
- 5.10. Enunciar e interpretar las condiciones para que una relación / sea función.
- 5.11. Reconocer funciones y distinguirlas de relaciones no funcionales.
- 5.12. Reconocer mediante diagramas de VENN funciones inyectivas, suryectivas y biyectivas.

Exclusivamente para las orientaciones biológicas.

- 5.13. Enunciar la propiedad reflexiva.
- 5.14. Enunciar la propiedad de simetría y reconocer relaciones simétricas.
- 5.15. Enunciar la propiedad transitiva y construir relaciones con dicha propiedad.
- 5.16. Enunciar la propiedad antisimétrica y dar ejemplos de relaciones con dicha propiedad.
- 5.17. Definir relación de equivalencia y comprender los conceptos de clase de equivalencia y conjunto cociente.
- 5.18. Definir relación de orden y dar ejemplos.
- 5.19. Desarrollar aplicaciones.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 6

6. Funciones numéricas. Clasificación. Función lineal. Función cuadrática: geometría analítica de la parábola. Funciones irracionales: geometría analítica de la circunferencia, elipse e hipérbola. Funciones trascendentes: funciones circulares y circulares inversas. Funciones exponencial y logarítmica. Funciones hiperbólicas. Funciones compuestas.

Exclusivamente para las orientaciones geológicas:

Función sinusoidal. Seno y coseno de la suma y diferencia de // dos ángulos. Transformación en producto. Teorema del Seno. Teorema del Coseno. Solución de triángulos.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 6

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 6.1. Clasificar las funciones.
- 6.2. Encontrar el dominio y la imagen de funciones expresadas analíticamente.
- 6.3. Representar gráficamente en un sistema cartesiano funciones // elementales.
- 6.4. Imaginar la representación gráfica de una función lineal conociendo el signo de la pendiente y la ordenada en el origen.

///...

- 6.5. Definir parábola y conocer sus elementos.
- 6.6. Deducir la ecuación de la parábola de eje vertical y vértice en el origen.
- 6.7. Reconocer por su ecuación a una parábola y hallar sus elementos (eje vertical u horizontal).
- 6.8. Hallar las intersecciones de una parábola con una recta.
- 6.9. Hallar la ecuación de la parábola con vértice desplazado del origen de coordenadas.
- 6.10. Emplear el método de completar cuadrados.
- 6.11. Estudiar la función cuadrática y representarla gráficamente.
- 6.12. Representar funciones racionales.
- 6.13. Definir circunferencia y conocer sus elementos.
- 6.14. Deducir la ecuación de la Circunferencia con centro en $C(\alpha, \beta)$.
- 6.15. Hallar la ecuación de una circunferencia conociendo sus elementos.
- 6.16. Reconocer por su ecuación a una circunferencia y hallar sus elementos empleando el método de completar cuadrados.
- 6.17. Hallar las intersecciones de una circunferencia con una recta.
- 6.18. Definir elipse y conocer sus elementos.
- 6.19. Deducir la ecuación de una elipse con centro en el origen de coordenadas.
- 6.20. Hallar la ecuación de una elipse conociendo sus elementos.
- 6.21. Reconocer por su ecuación a una elipse y hallar sus elementos/ empleando el método de completar cuadrados.
- 6.22. Definir hipérbola y conocer sus elementos.
- 6.23. Hallar la ecuación de una hipérbola conociendo sus elementos y viceversa.
- 6.24. Reconocer funciones irracionales.
- 6.25. Definir a las funciones circulares.
- 6.26. Obtener las relaciones fundamentales entre las funciones circulares de un mismo ángulo.
- 6.27. Conocer los valores de las funciones circulares para ángulos notables.
- 6.28. Interpretar segmentos orientados sobre circunferencia trigonométrica (valor absoluto y signo).
- 6.29. Graficar las funciones seno, coseno y tangente (Observar su periodicidad).
- 6.30. Determinar si una función es biyectiva y hallar su inversa.
- 6.31. Definir las funciones circulares inversas.
- 6.32. Definir la función exponencial y graficarla.
- 6.33. Definir la función logarítmica y graficarla.
- 6.34. Enunciar las propiedades de los logaritmos.
- 6.35. Deducir la expresión que relaciona los logaritmos naturales // con los decimales (cambio de base).
- 6.36. Definir las funciones hiperbólicas y hallar las relaciones fundamentales.
- 6.37. Componer funciones.

///...



BIBLIOTECA

Exclusivamente para las orientaciones geológicas.

- 6.38. Estudiar una función sinusoidal y representarla.
- 6.39. Deducir las expresiones para el seno y el coseno de la suma y diferencia de dos ángulos.
- 6.40. Demostrar que la cofunción de cualquier ángulo es igual a la función de su complemento.
- 6.41. Transformar en producto la suma y diferencia de senos o cosenos.
- 6.42. Enunciar y demostrar el teorema del Seno.
- 6.43. Resolver triángulos rectángulos.
- 6.44. Enunciar y demostrar el teorema del Coseno.
- 6.45. Resolver triángulos oblicuángulos.
- 6.46. Discutir la solución en el caso de que se conozcan dos lados y el ángulo opuesto a uno de esos lados.
- 6.47. Desarrollar aplicaciones.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 7

7. Límites y derivadas: Límite de una función variable real, cálculo de límites. El número e Incrementos. Continuidad. Derivada. Interpretación mecánica y geométrica. Derivabilidad y continuidad. Derivadas de la función constante, de la función identidad. Derivada de una suma, de un producto y de un cociente / de funciones. Derivada de la función logarítmica. Derivada de una función compuesta. Derivada de las funciones circulares y / de las funciones circulares inversas.
El método de la derivada logarítmica, derivada de la función / exponencial y de la función potencia. Noción de derivada parcial. Derivadas sucesivas.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 7

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 7.1. Definir límite finito de una función de variable real y graficar.
- 7.2. Enunciar teoremas sobre propiedades de los límites.
- 7.3. Aplicar teoremas para calcular límites.
- 7.4. Demostrar que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$
- 7.5. Calcular algunos límites indeterminados operando sobre la función.
- 7.6. Interpretar y calcular límites infinitos.
- 7.7. Comprender como se origina el número e.
- 7.8. Definir e interpretar geoméricamente la noción de derivada / primera en un punto.
- 7.9. Dar una interpretación física del concepto de derivada primera de una función.
- 7.10. Enunciar las condiciones de continuidad de una función.
- 7.11. Enunciar y demostrar el teorema sobre derivabilidad y continuidad.
- 7.12. Hallar por medio de la definición derivadas de funciones simples.



BIBLIOTECA

- 7.13. Deducir todas las reglas de derivación.
7.14. Aplicar correctamente las reglas de derivación.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 8.

8. Diferencial: definición, significado geométrico y relación con el incremento. Aplicación de la diferencial al cálculo de valores aproximados.
Teoremas de Rolle, Lagrange y Cauchy. Teorema fundamental del cálculo integral. Variación de las funciones de una variable, funciones crecientes y decrecientes. Determinación de extremos relativos. Concavidad e inflexión.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 8

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 8.1. Definir e interpretar geométricamente el concepto de diferencial.
8.2. Utilizar la notación de diferencial.
8.3. Aproximar el incremento de una función usando diferenciales.
8.4. Enunciar e interpretar los teoremas de Rolle y Lagrange.
8.5. Enunciar el teorema de Cauchy.
8.6. Enunciar y demostrar el Teorema fundamental del cálculo integral.
8.7. Enunciar y demostrar la relación entre signo de la derivada / primera y función creciente y decreciente.
8.8. Aplicar la derivada primera para determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
8.9. Hallar los puntos críticos de una función.
8.10. Hallar los extremos relativos de una función.
8.11. Usar la derivada segunda para hallar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 9

9. Integral indefinida. Primitivas inmediatas. Uso de tablas integrales. Integración por descomposición, por sustitución y por partes. Integral definida: definición, propiedades. Área. Función integral. Fórmula de Barrow. Integrales impropias. Cálculo de áreas planas. Integración aproximada: fórmulas de los // trapecios y de Simpson. Integración gráfica.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 9

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 9.1. Comprender los conceptos de función primitiva y de integral / indefinida.
9.2. Enunciar las propiedades de la integral indefinida.
9.3. Usar las tablas de integrales.
9.4. Integrar por descomposición, por sustitución y por partes.
9.5. Hallar una suma de Riemann.
9.6. Definir integral definida.
9.7. Interpretar geométricamente el concepto de integral definida.
9.8. Enunciar propiedades de la integral definida.



BIBLIOTECA

- 9.9. Enunciar y demostrar el teorema del valor medio del cálculo / integral.
- 9.10. Definir función integral.
- 9.11. Enunciar el teorema de la función integral.
- 9.12. Enunciar y demostrar la regla de Barrow.
- 9.13. Calcular integrales definidas.
- 9.14. Calcular integrales impropias.
- 9.15. Calcular áreas planas.
- 9.16. Deducir la fórmula de los trapecios.
- 9.17. Deducir la fórmula de Simpson.
- 9.18. Aplicar las fórmulas de integración aproximada.
- 9.19. Comprender los conceptos básicos de la integración gráfica.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD TEMATICA 10

10. Primeras nociones sobre ecuaciones diferenciales ordinarias. / Formación de ecuaciones diferenciales. Ecuaciones a variables/ separables. Aplicaciones: Desintegración radioactiva, crecimiento de una población.

OBJETIVOS PARTICULARES DE LA UNIDAD TEMATICA 10

Al finalizar esta unidad el alumno será capaz de:

- 10.1. Reconocer ecuaciones diferenciales ordinarias y determinar el orden y el grado.
- 10.2. Verificar la solución general de una ecuación diferencial.
- 10.3. Hallar una solución particular conociendo la solución general y las condiciones iniciales.
- 10.4. Resolver ecuaciones variables separables.
- 10.5. Plantear y resolver la ecuación diferencial que corresponde / a la desintegración radioactiva.
- 10.6. Plantear y resolver las ecuaciones diferenciales que corresponden al crecimiento de una población en los siguientes casos:
 - 10.6.1. Si la velocidad de crecimiento es proporcional a la / población total.
 - 10.6.2. Si el factor de proporcionalidad en el caso precedente varía con el tiempo.
 - 10.6.3. Si la velocidad de crecimiento es proporcional a la / población, pero ésta no puede superar un máximo M.

TRABAJOS PRACTICOS

Todos los temas serán ilustrados con ejercicios de aplicación que el alumno realizará en las clases prácticas.

BIBLIOGRAFIA SUCINTA

- J.G. KEMENY; J.L. SNELL y G.L. THOMPSON: Introducción a las Matemáticas Finitas, C.E.C.S.A.
- J.A. PETROCELLI: Matemática Básica, Marymar Ediciones.
- G.B. THOMAS: Cálculo Infinitesimal y Geometría Analítica, Aguilar.
- N.M. PLACERES: Matemática para alumnos de la Facultad de Ciencias/ Naturales, apuntes.



BIBLIOTECA

Florencia, Argentina

- J.C. KEMENI, H. MIKKEL, J.E. SNELL y G.L. THOMPSON: Estructuras / Matemáticas Finitas, E.U.D.E.B.A.
- L. LEITHOLD: El cálculo, con geometría analítica, Harla.
- Y. HERBET: Matemáticas Generales, probabilidades y estadística, / REVERTE.
- L. BERS, Cálculo diferencial e integral, Interamericana.
- J.REY PASTOS; P.PI CALLEJA y C. TREJO: Análisis Matemático, Vol.1, Kapelusz.
- C.A. TREJO: Matemática General, Vol. 1 y 2, Kapelusz.
- S. LIPSCHUTZ: Matemáticas Finitas, Serie Schaum.
- L.A. SANTALO: Vectores y Tensores, Endeba.
- E.P. VANCE: Introducción a la Matemática Moderna, Fondo Educativo Interamericano.
- H.G. CAMPBELL y R.E. SPENCER: Cálculo, Interamericana.
- BAK y LICHTENBERG: Matemáticas para Científicos, REVERTE.



BIBLIOTECA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES